

4339 Antal fåglar y efter
Logistisk tillväxt, max antal 10000

$$y'(t) = k y \left(1 - \frac{y}{10000}\right) \quad *$$

a) Maximal tillväxthastighet vid 5000 fåglar

$\frac{dy}{dt}$ andragradsfunktion med
symmetrilinje $y = 5000$

b) $y'(0) = 5$ $y(0) = 10$ ins. i *

$$k \cdot 10 \left(1 - \frac{10}{10000}\right) = 5 \quad k = \frac{5}{10(1-0.001)} = \frac{5}{9.99}$$

$$y'_{\max} = \frac{5}{9.99} \cdot 5000 \left(1 - \frac{5000}{10000}\right) \approx 1250 \quad 1250 \text{ fåglar/år}$$

c) När antalet fåglar är 5000
är tillväxthastigheten maximal
detta sker efter 13,8 år

Lösning m.h.a. Geogebra

Skriv in funktionen $a(x, y) = \frac{5}{9.99} \cdot y \left(1 - \frac{y}{10000}\right)$

generera riktningsfält $Rfa = \text{Riktningsfält}[a]$

Ange begynnelsevillkor: $A = (0, 5)$

Rita kurvan för antalet fåglar med begynnelsevillkoret

Antal = GeometriskOrt[Rfa, A]

4340 $v(t)$ hastighet i m/s vid tiden t s.

$$NII: F_1 = m \cdot a \quad a = v'(t)$$

$$m \cdot v'(t) = m \cdot g - k \cdot v(t)^2$$

$$m = 80,0 \quad k = 0,160$$

$$80 \cdot v'(t) = 80 \cdot 9,82 - 0,160 v(t)^2$$

$$v'(t) = 9,82 - \frac{0,160}{80} \cdot v(t)^2$$

$$v'(t) = 9,82 - 0,002 v(t)^2$$

b) Rita med Geogebra

$$a(x, y) = 9,82 - 0,002 y^2$$

Generera riktningsfält

$$Rfa = \text{Riktningsfält [a]}$$

Ange begynnelsevillkor $V = (0, 0)$

Rita kurvan Hastighet = Geometrikort [Rfa, V]

Bestäm värdet då $x = 3,0$: $27,9 \text{ m/s}$

$$c) v_1 = 10 \quad \text{då } t = 1,03$$

$$v_2 = 20 \quad t = 2,09$$

Tid för hastighetsökning $\Delta t = 2,09 - 1,03 \approx 1,06$

1,06 s.

Betintlig massa Y g vid tiden t min.
4341 Tillförsel förorening: $0,008 \cdot 600 \text{ g/min} = 4,8 \text{ g/min}$

Andel förorening efter t min: $\frac{Y}{30000 - 200t}$

Volymen vätske minskar med 200 g/min

Bortförsel 800 l av andel förorening

$$\frac{800 Y}{30000 - 200t} = \frac{4Y}{150 - t}$$

Förändringshastighet $Y' = 4,8 - \frac{4Y}{150 - t}$

Begynnelsevärde $V(0) = 0$

Rita med Geogebra Skriv in:

$$Y'(x, Y) = 4,8 - \frac{4Y}{150 - x}$$

$Rf_m =$ Riktningstält $[Y']$

Ange begynnelsevärde $V_0 = (0, 0)$

Graf = Geometrisk Ort $[Rf_m, V_0]$ Grafen ritas.

